

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Проректор по учебной работе и
довузовской подготовке**

А.А. Воронов

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Теория вероятностей
по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Радиотехника и компьютерные технологии Физтех-школа Радиотехники и Компьютерных Технологий кафедра высшей математики
курс:	1
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Количество контрольных работ, заданий: 2

Программу составил: В.В. Горяйнов, д-р физ.-мат. наук, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры высшей математики 21.05.2020

Аннотация

В курсе излагаются основные положения и методы теории вероятностей, которые используются при анализе случайных явлений. В частности, законы больших чисел объясняют, почему вероятность события проявляется через частоту его появления в серии независимых испытаний, а центральная предельная теорема объясняет популярность нормального распределения в различных приложениях.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- формирование базовых знаний по теории вероятностей для дальнейшего использования в других областях математики, естественнонаучных и гуманитарных дисциплинах,
- формирование математической культуры и исследовательских навыков,
- овладение методами анализа случайных явлений и процессов.

Задачи дисциплины

- приобретение обучающимися теоретических знаний, связанных с аксиоматикой теории вероятностей и ее применениями,
- умение распознавать и выделять вероятностные закономерности,
- свободное владение основными понятиями (вероятностное пространство, случайная величина, независимость и т.д.), формулами (полной вероятности, Байеса и др.) и классическими схемами (Бернулли, полиномиальной и др.),
- знание основных теорем (законы больших чисел, центральная предельная теорема и др.) и границы их применимости,
- развитие теоретико-вероятностной интуиции, т.е. умения строить математические модели, правильно отражающие те или иные стороны случайных явлений.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- понятие вероятностного пространства,
- определения независимости событий и классов событий,
- определения случайной величины и связанных с ней числовых характеристик (математическое ожидание, дисперсия, моменты),
- понятия независимости случайных величин, ковариации и коэффициента корреляции,
- определения и свойства функции распределения, плотности, производящей функции, характеристической функции,
- виды сходимости последовательностей случайных величин (почти наверное, по вероятности, в среднем квадратическом, по распределению) и соотношения между ними.

уметь:

применять основные теоремы и формулы:

- формулу полной вероятности,
- формулу Байеса,
- теоремы сложения и умножения,
- предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа,
- законы больших чисел Бернулли, Чебышева и Хинчина,
- центральную предельную теорему.

владеть:

- основными приемами построения вероятностного пространства,
- комбинаторной техникой вычисления вероятности и приемами вычисления геометрических вероятностей,
- аналитическими методами теории вероятностей, связанными с применением производящих и характеристических функций,
- приближенными методами вычислений, основанными на применении предельных теорем.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Вероятностное пространство и дискретная вероятностная модель.	6	6		5
2	Дискретные случайные величины.	4	6		4
3	Законы больших чисел и центральная предельная теорема.	6	6		5
4	Общая модель вероятностного пространства.	6	6		4
5	Последовательности независимых испытаний.	4	4		4
6	Цепи Маркова: основные понятия и свойства.	2	2		4
7	Ветвящиеся процессы.	2			4
Итого часов		30	30		30
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

1. Вероятностное пространство и дискретная вероятностная модель.

Теоретико-множественная модель событий. Определение вероятности. Элементы комбинаторики. Статистики Максвелла-Больцмана, Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна. Геометрические вероятности. Алгебры множеств и разбиения. Простейшие свойства вероятности на конечной алгебре событий. Теорема сложения. Условная вероятность. Теорема умножения, формула полной вероятности, формула Байеса. Определения независимости событий и классов событий. Теорема о независимости алгебр, порожденных разбиениями.

2. Дискретные случайные величины.

Индикаторы событий и их свойства. Законы распределения дискретных случайных величин. Определение и свойства математического ожидания и дисперсии. Целочисленные случайные величины и производящие функции.

3. Законы больших чисел и центральная предельная теорема.

Неравенство Чебышева. Закон больших чисел в форме Бернулли и форме Чебышева. Определение и свойства характеристических функций. Характеристические функции некоторых распределений. Формула обращения и теорема сходимости (без доказательства). Виды сходимости последовательностей случайных величин. Центральная предельная теорема. Закон больших чисел в форме Хинчина.

4. Общая модель вероятностного пространства.

Последовательности множеств, верхний и нижний пределы. Сигма-алгебры множеств. Счетная аддитивность и непрерывность функции множеств. Общее определение случайной величины, функция распределения и плотность. Аппроксимационная теорема и общее определение математического ожидания. Вычисление математического ожидания и дисперсии. Совместное распределение и независимость случайных величин. Мультипликативное свойство математического ожидания. Ковариация и коэффициент корреляции, ковариационная матрица. Задача линейного оценивания.

5. Последовательности независимых испытаний.

Схема Бернулли. Вероятностное пространство, описывающее схему Бернулли, и биномиальное распределение. Предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа. Полиномиальная схема и полиномиальное распределение.

6. Цепи Маркова: основные понятия и свойства.

Марковская зависимость испытаний. Переходные вероятности и стохастические матрицы. Теорема о предельных вероятностях.

7. Ветвящиеся процессы.

Модель Гальтона-Ватсона и классификация ветвящихся процессов. Теорема о сумме случайного числа случайных величин. Вероятность вырождения процесса и ее связь с классификацией процессов.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором, экраном и микрофоном.

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Вероятность [Текст] : в 2 т. Т. 1 : Элементарная теория вероятностей. Математические основания. Предельные теоремы : учебник для вузов / А. Н. Ширяев .— 4-е изд., перераб. и доп. — М. : Изд-во МЦНМО, 2007, 2011 .— 552 с.
2. Курс теории вероятностей и математической статистики [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / Б. А. Севастьянов .— М. ; Ижевск : Ин-т компьютерных исследований, 2004 .— 272 с.
4. Захаров В.К., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Теория вероятностей.— М.: Наука, 1983.— 160 с.
5. Чистяков, В. П. Курс теории вероятностей.-Дрофа, 2007. - 348экз.
6. Зубков А. М., Севастьянов Б. А., Чистяков В. П. Сборник задач по теории вероятностей. - М.: Наука, 1989.— 320 с.

Дополнительная литература

1. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика [Текст] : учебник для вузов / Ю. А. Розанов .— 2-е изд., доп. — М. : Наука, 1989 .— 312 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://www.math.mipt.ru>
<http://lib.mipt.ru>
<http://www.exponenta.ru> – образовательный математический сайт.
<http://mathnet.ru> – общероссийский математический портал.
<http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».
<http://benran.ru> –библиотека по естественным наукам Российской академии наук.
<http://www.i-exam.ru> – единый портал Интернет-тестирования в сфере образования.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Приведены в ежегодно разрабатываемых домашних заданиях.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Радиотехника и компьютерные технологии Физтех-школа Радиотехники и Компьютерных Технологий кафедра высшей математики
курс:	<u>1</u>
квалификация:	бакалавр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет	
Разработчик:	В.В. Горяинов, д-р физ.-мат. наук, профессор

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Теория вероятностей» обучающийся должен:

знать:

- понятие вероятностного пространства,
- определения независимости событий и классов событий,
- определения случайной величины и связанных с ней числовых характеристик (математическое ожидание, дисперсия, моменты),
- понятия независимости случайных величин, ковариации и коэффициента корреляции,
- определения и свойства функции распределения, плотности, производящей функции, характеристической функции,
- виды сходимости последовательностей случайных величин (почти наверное, по вероятности, в среднем квадратическом, по распределению) и соотношения между ними.

уметь:

применять основные теоремы и формулы:

- формулу полной вероятности,
- формулу Байеса,
- теоремы сложения и умножения,
- предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа,
- законы больших чисел Бернулли, Чебышева и Хинчина,
- центральную предельную теорему.

владеть:

- основными приемами построения вероятностного пространства,
- комбинаторной техникой вычисления вероятности и приемами вычисления геометрических вероятностей,
- аналитическими методами теории вероятностей, связанными с применением производящих и характеристических функций,
- приближенными методами вычислений, основанными на применении предельных теорем.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Текущий контроль осуществляется на основе выполнения студентами совокупности домашних заданий и контрольных работ в соответствии с учебным планом. Данные о посещаемости и текущей успеваемости вносятся преподавателями в специальные журналы.

Текущий контроль на основе домашних заданий осуществляется в течении учебного семестра в сроки, установленные Учебным управлением, в соответствии с учебным планом.

Для сдачи задания студент обязан предоставить решение задачи домашнего задания в письменной форме, ответить на вопросы преподавателя и написать контрольную работу по заданию, по которой проверяются знание понятий и утверждений по темам сдаваемого задания и умению решать задачи.

Во время выполнения контрольной работы нельзя пользоваться помощью других лиц, вычислительной техники и мобильными телефонами.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Аттестация по дисциплине «Теория вероятностей» осуществляется в форме дифференцированного зачета.

Дифференцированный зачет проводится в устной форме с учетом предварительно выполненных студентами контрольных заданий.

Контрольные задания:

1. Найти наиболее вероятное число выпадений в сумме 4-х очков при 83 бросаниях двух игральных костей.
2. Однотипные приборы выпускаются тремя заводами. Первый завод выпускает половину всей продукции, второй треть и третий остальную часть. Вероятность того, что прибор, выпущенный первым заводом, проработает безотказно более трех лет равна 0,7. Для второго завода эта вероятность равна 0,6, а для третьего 0,5. Какова вероятность того что взятый наудачу прибор проработает более трех лет?
3. В группе из 30 студентов 10 отличников, 15 хороших студентов и 5 слабых. Отличник при тестировании с вероятностью 0,7 получает «отлично», с вероятностью 0,2 – «хорошо» и с вероятностью 0,1 – «удовлетворительно». Хороший студент получает эти же оценки с вероятностями 0,5; 0,3 и 0,2, соответственно. Слабый студент получает оценки «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно» с вероятностями 0,3; 0,5 и 0,2, соответственно. При аттестации вуза из группы выбирается для тестирования студент случайным образом. Какова вероятность того, что в тестировании принимал участие отличник, если была получена оценка «хорошо»?
4. Пять студентов независимо друг от друга купили билеты на поезд, в котором семь вагонов. Какова вероятность того, что все они попадут в разные вагоны?
5. Два клиента должны позвонить в управляющую компанию с 9 до 12 часов, независимо друг от друга. Одному из них потребуется для разговора 10 минут, а второму – 15. Найти вероятность того, что ни один из них не позвонит во время разговора другого.
6. В коробке 5 белых, 10 черных и 5 красных шаров. Трое по очереди извлекают шары до тех пор, пока у одного из них не появится белый шар. Этот игрок считается победителем. Какова вероятность выигрыша второго игрока, если после каждой попытки шар возвращается в коробку?
7. В чулане находится n пар ботинок. Из них случайно выбирают $2r$ ботинок ($2r < n$). Какова вероятность, что среди выбранных ботинок: а) отсутствуют парные; б) имеется ровно одна комплектная пара; в) имеется ровно две комплектные пары?

Примеры контрольных заданий:

Задание №1

1. Найти наиболее вероятное число выпадений в сумме 4-х очков при 83 бросаниях двух игральных костей.
2. В чулане находится n пар ботинок. Из них случайно выбирают $2r$ ботинок ($2r < n$). Какова вероятность, что среди выбранных ботинок:
 - а) отсутствуют парные;
 - б) имеется ровно одна комплектная пара;
 - в) имеется ровно две комплектные пары?

Задание №2

1. Однотипные приборы выпускаются тремя заводами. Первый завод выпускает половину всей продукции, второй треть и третий остальную часть. Вероятность того, что прибор, выпущенный первым заводом, проработает безотказно более трех лет равна 0,7. Для второго завода эта вероятность равна 0,6, а для третьего 0,5. Какова вероятность того что взятый наудачу прибор проработает более трех лет?

2. Два клиента должны позвонить в управляющую компанию с 9 до 12 часов, независимо друг от друга. Одному из них потребуется для разговора 10 минут, а второму – 15. Найти вероятность того, что ни один из них не позвонит во время разговора другого.

Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;

оценка «отлично (9)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые были самостоятельно обнаружены и исправлены;

оценка «отлично (8)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые после указания экзаменатора были самостоятельно исправлены;

оценка «хорошо (7)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает неточности в ответе или делает несущественные ошибки при решении задач;

оценка «хорошо (6)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает небольшие ошибки в ответе и (или) при решении задач;

оценка «хорошо (5)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но отвечает неуверенно и (или) допускает ошибки при решении задач;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, если при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, не владеющему некоторыми разделами учебной программы, но умеющему применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;

оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется обучающемуся, показавшему полное незнание учебной программы дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

При проведении дифференцированного зачета обучающемуся предоставляется 1 астрономический час на подготовку. Опрос обучающегося по билету не должен превышать двух астрономических часов. Во время проведения дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться только программой дисциплины.